Příklad 4.1

Uvažujme volnou částici na intervalu $(0, L)$ v periodických okrajových podmínkách. Stavy této částice jsou

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(2\pi i n x/L)\,,$$

kde n je celé číslo.

A) Ověřte normalizaci vlnové funkce.

B) Určete energie pro jednotlivá n, jaké jsou jejich degenerace?

Počáteční stav částice je

$$\psi(x, 0) = N \sin^2(2\pi x/L)\,,$$

kde N je normalizační konstanta.

C) V libovolném pořadí i) určete normalizační konstantu a ii) proveďte rozklad ψ do vlastních stavů volné částice na daném intervalu. Jaké jsou jednotlivé koeficienty rozvoje do vlastních stavů?

D) Určete časovou závislost vlnové funkce. Navrátí se někdy do stavu shodného s tím v čase $t = 0$?

Příklad 4.2

Potenciál v předešlém příkladu se změní tak, že na intervalu $(0, L/2)$ nabude hodnoty $-V_0$. Vypočtěte maticovou reprezentaci tohoto potenciálu pro stavy s $n \in -1, 0, 1$, tedy $\langle n| - V_0|m\rangle$ pro devět možných kombinací n a m. Bonus: Vypočtěte pro n a m obecné.