

Příklad 6.1

Úhlová závislost vlnové funkce pro částici ve stavu s momentem hybnosti $l = 1$ a jeho průmětem do osy z rovným $m = 1$ je $|l = 1, m = 1\rangle = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin(\theta)e^{i\phi}$.

- Pomocí zvyšovacího/snižovacího operátoru L_{\pm} pro moment hybnosti vypočtete vlnové funkce pro zbývající možné průměty momentu hybnosti do osy z pro dané l .
- Ověřte, že pro $m = l$ platí $|l, m\rangle = -|l, -m\rangle^*$.
- Ověřte, že stav $|l = 1, m = -1\rangle$ je normalizovaný a kolmý na stav $|l = 1, m = 0\rangle$.

$$\begin{aligned} L_{\pm}|l, m\rangle &= \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}|l, m \pm 1\rangle \\ L_+ &= \hbar e^{i\phi} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \\ L_- &= \hbar e^{-i\phi} \left(-\frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \end{aligned}$$

Příklad 6.2

Částice se nachází v poli centrálního potenciálu a má vlnovou funkci $|\Psi\rangle = K(x + y + 2z)e^{-\alpha r}$. Pro tuto částici určete

- Zda je vlastní funkcí momentu hybnosti L^2 a jeho průmětu L_z do osy z .
- Velikost momentu hybnosti a jeho složky v ose z .
- Pravděpodobnost naměření jednotlivých průmětů do osy z .

$$\begin{aligned} |l = 0, m = 0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \\ |l = 1, m = \pm 1\rangle &= \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin(\theta)e^{\pm i\phi} \\ |l = 1, m = 0\rangle &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos(\theta) \\ \exp(i\phi) &= \cos(\phi) + i \sin(\phi) \\ \sin^2(\phi) &= 1 - \cos^2(\phi) \end{aligned}$$